

УДК 621.771.01

# РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПО КРОМКАМ ПРОКАТЫВАЕМЫХ ЛЕНТ И ПОЛОС

**А. В. Сатонин**

Доктор технических наук, профессор  
Профессор кафедры «Автоматизированные  
металлургические машины и оборудование»  
Донбасская государственная машиностроительная академия  
ул. Врачебная, 21-14, г. Краматорск, Украина, 84303  
Контактный тел.: (06264) 1-46-81, 066-040-26-37  
E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

**М. Г. Коренко**

Криворожский металлургический факультет  
Национальной металлургической академии Украины  
Ассистент кафедры литейно-прокатных технологий  
ул. О. Брозовского, 97-29, г. Кривой Рог, Днепропетровская  
обл., Украина, 50086  
Контактный тел.: 067-58-73-245  
E-mail: marinak2010@bk.ru

**И. С. Сухоруков**

ПАО «Мариупольский металлургический комбинат им.  
Ильича»  
Цех холодной прокатки, бригадир отделения горячего  
нанесения цинка  
ул. Урицкого, 99-9, г. Мариуполь, Украина, 87514  
Контактный тел.: 098-230-14-43  
E-mail: master\_steel@mail.ru

*З урахуванням реального характеру розподілу граничних умов на основі чисельних рекурентних рішень кінцево-різнісних форм умов статичної рівноваги виділених елементарних об'ємів уточнені методи розрахунку напружено-деформованого стану металу по боковим кромкам стрічок та штаб, які прокатуються*

**Ключові слова:** прокатка, бокові кромки, напруження, деформації

*С учетом реального характера распределения граничных условий на основе численных рекуррентных решений конечно-разностных форм условий статического равновесия выделенных элементарных объемов уточнены методы расчета напряженно-деформированного состояния металла по боковым кромкам прокатываемых лент и полос*

**Ключевые слова:** прокатка, боковые кромки, напряжения, деформации

*Taking into account the real nature of the distributions of boundary conditions on the basis of numerical of recurrence solutions the of finite-difference form of static equilibrium conditions selected elementary volumes of specify methods for calculating the stress-strain state of the metal on the side edges ribbons and bands that are mill*

**Key words:** rolling, side edges, voltage, strain

## 1. Введение

Исследования относятся к области горячей и холодной прокатки относительно тонких лент и полос, в рамках которой одним из актуальных является вопрос прогнозирования напряжений и деформаций по боковым кромкам. Соответствующие решения применительно к осевой зоне на основе численных конечно-разностных подходов получены в работах [1–3] и других. Вместе с тем, специфика исходных предпосылок и распределений граничных условий именно по кромкам существенно видоизменяет схему напряженно-деформированного состояния металла, что требует их учета с точки зрения расчета энергосиловых параметров и прогнозирования степени использования запаса пластичности.

Процессы горячей и холодной прокатки относительно тонких лент и полос характеризуются повышенной степенью влияния прикромочного эффекта, определяющего величину уширения, уровень энергосиловых параметров и степень запаса пластичности прокатываемого металла [4, 5].

Количественно влияние прикромочного эффекта, следуя рекомендациям работы [4], может быть определено на основе расчета зоны предпочтительного уширения протяженностью  $V_{shx_2}$ , вытекающей из условия равенства нормальных контактных напряжений  $p_{xi2}$ , полученных в результате численного рекуррентного решения выделенных элементарных объемов при разбиении зоны пластического формоизменения вдоль оси X, то есть вдоль оси прокатки (рис. 1, а, б)

формации вдоль оси Z, то есть поперек оси прокатки (рис. 1, в).

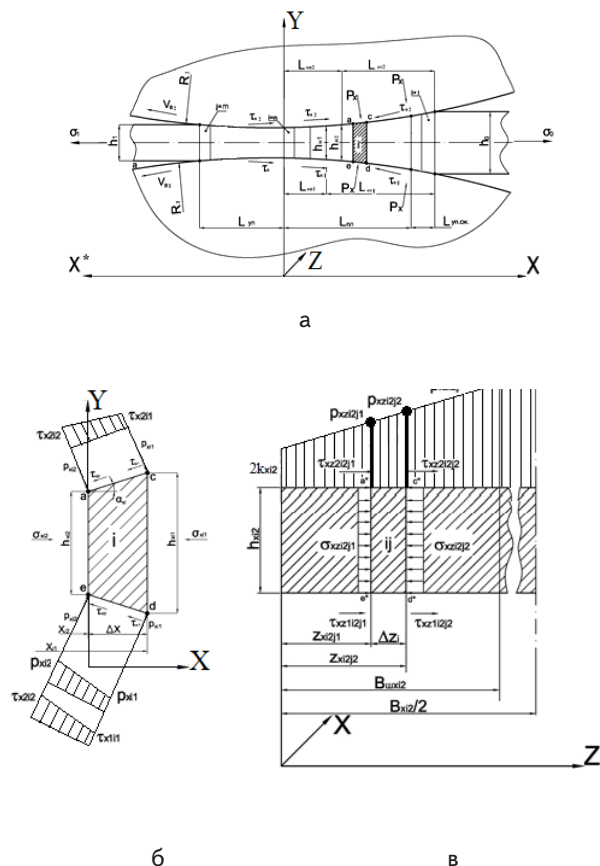


Рис. 1. Расчетные схемы интегрального очага деформации процесса прокатки относительно тонких лент и полос (а), а также выделенных i-ых и j-ых элементарных объемов, полученных при разбиении зоны пластического формоизменения металла по ее длине (б) и ширине (в).

Так, рассматривая конечное граничное сечение выделенного i-го элементарного объема (см. рис. 1, а, б) и осуществив его разбиение по текущему значению ширины прокатываемой заготовки  $B_{xi2}$  (см. рис. 1, в) на ij-ые элементарные объемы конечно-разностную форму условия статического равновесия для каждого из них, по аналогии с методикой работы [1], можно записать как

(1)

где  $\sigma_{xzi2j1}$ ,  $\sigma_{xzi2j2}$  – нормальные осевые напряжения, действующие по оси Z в начальном а\*е\* (здесь и далее последний цифровой индекс 1) и конечном с\*д\* (последний цифровой индекс 2) граничных сечениях выделенного i,j-го элементарного объема (см. рис. 1, в), положительные значения которых соответствуют напряжениям сжатия;

$\tau_{xzi2j1}$ ,  $\tau_{xzi2j2}$ ,  $\tau_{xzi2j1}$ ,  $\tau_{xzi2j2}$  – текущие значения касательных контактных напряжений, действующих на прокатываемую заготовку со стороны нижнего (первый цифровой индекс 1) и верхнего (первый цифровой индекс 2) рабочих валков в начальном и конечном граничных сечениях;

дельных контактных напряжений, действующих на прокатываемую заготовку со стороны нижнего (первый цифровой индекс 1) и верхнего (первый цифровой индекс 2) рабочих валков в начальном и конечном граничных сечениях;

$\Delta Z_{xi2} = B_{i2} / k$  – шаг разбиения ширины прокатываемой заготовки в ее i-ом поперечном сечении, опре-

деляемый заданным значением k общего числа данных разбиений (см. рис. 1, в).

С учетом полной формы записи условия пластичности [6] и аналитических описаний касательных контактных напряжений в виде  $\tau_{xz} = 2K_{xz}\mu_{xz}$ , являю-

щихся более приемлемыми по отношению к условиям реализации процесса горячей прокатки, уравнение (1) можно преобразовать как

$$\left( \sigma_{xzi2j1} - P_{xzi2j2} + K_{xi2} \sqrt{4 - (\mu_{xzi2j2} + \mu_{xzi2j1})^2} \right) h_{xi2} + 2K_{xi2} (\mu_{xzi2j1} + \mu_{xzi2j2}) \Delta Z_{xi2} / 2 = 0, \quad (2)$$

где  $P_{xzi2j2}$  – текущие по ширине значения нормальных контактных напряжений, имеющие место в i-ом поперечном сечении прокатываемой заготовки и в конечном граничном сечении с\*д\* выделенного ij-го элементарного объема металла (см. рис. 1, в);

$2K_{xi2}$  – текущие по длине зоны пластического формоизменения значения удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла, определяемые в зависимости от текущих значений степени, скорости и температуры деформации на основе, например, методик работы [1];

$\mu_{xzi2j1}$ ,  $\mu_{xzi2j2}$ ,  $\mu_{xzi2j2}$  – текущие по длине и ширине очага деформации значения коэффициентов пластического трения, действующие в соответствующих граничных условиях со стороны нижнего и верхнего рабочих валков.

Учитывая принятую рекуррентную схему решения, согласно которой нормальные осевые напряжения  $\sigma_{xzi2j1}$  являются известными из результатов расчета предыдущего i(j-1)-го элементарного объема, то есть  $\sigma_{xzi2j1} = \sigma_{xzi2(j-1)2}$ , уравнение (2) содержит только одну неизвестную величину нормальных контактных напряжений  $P_{xzi2j2}$ , по отношению к которой, а вместе с этим и по отношению к нормальным осевым напряжениям  $\sigma_{xzi2j2}$  в окончательном виде имеем:

$$P_{xzi2j2} = \left\{ \left( \sigma_{xzi2j1} + K_{xi2} \sqrt{4 - (\mu_{xzi2j2} + \mu_{xzi2j1})^2} \right) h_{xi2} + 2K_{xi2} (\mu_{xzi2j1} + \mu_{xzi2j2}) \Delta Z_{xi2} \right\} / (2h_{xi2}); \quad (3)$$

$$\sigma_{xzi2j2} = P_{xzi2j2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (\mu_{xzi2j2} + \mu_{xzi2j1})^2}. \quad (4)$$

В случае использования аналитических описаний касательных контактных напряжений в виде закона Амонтона-Кулона  $\tau_{xz} = P_{xz} f_{xz}$ , являющимся более приемлемым по отношению к условиям реализации процессов холодной прокатки [4], уравнения аналогичные (3), (4) примут вид:

$$P_{xzi2j2} = \frac{2(\sigma_{xzi1j1} + 2K_{xi2})h_{xi2} + P_{xzi2j1}(f_{xzi2j1} + f_{xzi2j2})}{2h_{i2} - (f_{xzi2j1} + f_{xzi2j2})\Delta z_{i2}}; \quad (5)$$

$$\sigma_{xzi2j2} = P_{xzi2j2} - 2K_{xi2}. \quad (6)$$

В качестве направления рекуррентной схемы решения использовали направление от кромок прокатываемых лент и полос к их середине, то есть направление, соответствующее оси  $z$ , имеющей свое начало по кромкам и являющейся перпендикулярной оси прокатки (см. рис. 1, в). С учетом этого, а также следуя технологическим особенностям рассматриваемых процессов прокатки и используемой схеме разбиения, начальные условия при расчете первого  $j=1$  и условия связи при переходе от расчета  $j$ -го к расчету  $(j+1)$  элементарных объемов соответствовали:

$$Z_{xzi2j1|j=1} = 0, 0; \sigma_{xzi2j1|j=1} = 0, 0 \dots \sigma_{xi2}; P_{xzi2j1|j=1} = 2K_{xi2} + \sigma_{xzi2j1|j=1}; \quad (7)$$

$$\Delta Z_{xi2} = B_{xi2} / (2k); Z_{xi2j2} = Z_{xi2j1} + \Delta Z_{xi2}; \quad (8)$$

$$Z_{xi2(j+1)1} = Z_{xi2j2}; \sigma_{xzi2(j+1)1} = \sigma_{xzi2j2}; P_{xzi2(j+1)1} = P_{xzi2j2}. \quad (9)$$

Собственно само численное рекуррентное решение вследствие симметрии поперечных  $i$ -ых сечений очага деформации производили только для одной из кромок (см. рис. 1, в), завершая его по мере выполнения условия

$$P_{xzi2j2} \geq P_{xi2}, \quad (10)$$

где  $\rho_{xi2}$  – текущее значение нормальных контактных напряжений, предоставляемое численной одномерной математической моделью (см. рис. 1) [1].

При этом геометрическая координата  $Z_{xi2j2}$ , соответствующая началу выполнения условия (10), принята за протяженность зоны повышенного уширения  $V_{shxi2}$  для каждой из кромок. С учетом количественной оценки порядкового номера  $j$ -го элементарного сечения  $\sigma_{ixi2} = -\sigma_{xzi2j1|j=1}$ , для которого выполняется соот-

ношение (10), определили также и среднеинтегральное значение нормальных контактных напряжений  $\rho_{xi2c}$  для всего  $i$ -го поперечного сечения зоны пластического формоизменения металла:

$$P_{xi2c} = 2 \left\{ \sum_{j=1}^k 0,5(P_{xzi2j1} + P_{xzi2j2})\Delta Z_{xi2} + P_{xi2}(B_{xi2}/2 - B_{Hxi2}) \right\} / B_{xi2}, \quad (11)$$

знание которого необходимо для последующего численного интегрирования по длине всего очага деформации, то есть по  $i$ -ой процедуре решения [1] и определения интегральной величины силы прокатки с учетом наличия прикромочного эффекта. Помимо напряженного состояния, наличие прикромочного эффекта было учтено и с точки зрения количественной оценки степени использования запаса пластичности прокатываемого металла. В частности, следуя методике В. А. Огородникова [5] соответствующую схему решения по отношению к боковым кромкам прокатываемых лент и полос можно представить в виде следующей алгоритмической последовательности отдельных операций:

- определение главных напряжений, действующих в конечном граничном сечении  $ae$  (см. рис. 1, б) выделенного  $ij$ -го элементарного объема, размещенного на кромках прокатываемых лент и полос ( $j=1$ )

$$\sigma_{ixi2} = -\sigma_{xzi2j1|j=1}; \sigma_{2xi2} = 0, 0; \sigma_{3xi2} = -P_{xzi2j1|j=1}; \quad (12)$$

- расчет согласно Г. А. Смирнову-Аляеву [5] текущего значения  $\eta_{xi2}$  и приращения  $\Delta \eta_{xi}$  показателя напряженного состояния металла в рамках данного выделенного  $ij$ -го элементарного объема

$$\eta_{xi2} = \sqrt{3}(\sigma_{ixi2} + \sigma_{2xi2}) / (\sigma_{ixi2} + \sigma_{3xi2}); \quad (13)$$

$$\Delta \eta_{xi} = \eta_{xi2} - \eta_{xi1} = \eta_{xi2} - \eta_{xi(i-1)2} \quad (14)$$

- определение текущих значений главных логарифмических деформаций  $\epsilon_{ixi2}, \epsilon_{2xi2}, \epsilon_{3xi2}$ , их интенсивности  $\epsilon_{iix2}$  и ее приращения  $\Delta \epsilon_{ixi2}$  в рамках рассматриваемого  $ij$ -го элементарного объема

$$\epsilon'_{ixi2} = \ln(h_0 / h_{xi2}); \epsilon'_{2xi2} = 0, 0; \epsilon'_{3xi2} = -\epsilon'_{ixi2}; \quad (15)$$

$$\epsilon_{iix2} = (2/\sqrt{3})\epsilon'_{ixi2} = (2/\sqrt{3})\ln(h_{xi1} / h_{xi2});$$

$$\Delta \epsilon_{uxi2} = \epsilon_{uxi2} - \epsilon_{uxi1}; \quad (16)$$

- непосредственный расчет текущих  $\psi_{xi2}$  и результирующих  $\psi_i$  значений показателя степени использования запаса пластичности

$$\psi_{xi2} = \psi_0 + \sum_{i=1}^i \left[ 1 + a_{\psi} \arctg \left( \frac{\Delta \eta_{xi}}{\Delta \epsilon_{uxi2}} \right) \right] \frac{\epsilon_{uxi2}^{a_{\psi} \arctg(\Delta \eta_{xi} / \Delta \epsilon_{uxi2})}}{1 + a_{\psi} \arctg(\Delta \eta_{xi} / \Delta \epsilon_{uxi2})} \Delta \epsilon_{uxi2} / \epsilon_{upxi2}^* \quad (17)$$

$$\psi_1 = \psi_{xi2|_{i=n}}, \quad (18)$$

где  $a_{\psi} = 0,215$  – коэффициент регрессии аппроксимации функциональной связи, определяемой направлением деформирования;

$\epsilon_{upxi2}^*$  – предельное с точки зрения разрушения прокатываемого металла текущее значение интенсивности главных логарифмических деформаций, определяемое с использованием соответствующих диаграмм пластичности  $\epsilon_{np} = F(\eta)$  [5] при их корректировке, обеспечивающей учет объемного характера напряженного состояния металла и температурно-скоростных условий реализации процесса прокатки.

Как показала количественная оценка результатов численной реализации полученных теоретических решений степень уточнения по интегральным характеристикам напряженного состояния металла, находится в диапазоне 3...15 (%), большие значения которого соответствуют условиям реализации процесса прокатки более узких лент и полос. Следует отметить, что наряду со снижением силы прокатки учет прикромочного эффекта обуславливает снижение коэффициента напряженного состояния и, как следствие, повышение степени использования запаса пластичности прокатываемого металла. При этом по отношению к центральному участку интенсивность данного повышения на кромках может достигать 10...20 (%), где большие

значения указанного диапазона соответствуют большей относительной протяженности очага деформации и более высоким количественным оценкам коэффициентов внешнего контактного трения. Отмеченное свидетельствует о необходимости расчета показателей степени использования запаса пластичности именно по кромкам прокатываемых лент и полос.

---

#### Выводы

---

На основе численного решения конечно-разностной условия статического равновесия выделенных элементарных объемов, полученных путем разбиения очага деформации по его длине и ширине, уточнены математические модели напряженно-деформированного состояния и степени использования запаса пластичности металла относительно тонких лент и полос при их горячей и холодной прокатке. Показано, что учет прикромочного эффекта приводит к снижению расчетных показателей энергосиловых параметров на

---

#### Литература

1. Федоринов В. А. Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос: монография / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 243 с.
2. Сатонин А. В. Численное конечно-разностное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем обработки давлением / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА, 2001. – С. 559–564.
3. Сатонин А. В. Численная одномерная математическая модель процесса прокатки относительно тонких композиционных листов и полос, основанная на энергетическом подходе / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА, 1998. – С. 36–41.
4. Целиков А. И. Теория продольной прокатки / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М. : Металлургия, 1980. – 320 с.
5. Огородников В. А. Оценка деформируемости металла при обработке давлением / В. А. Огородников. – К. : Вища шк., 1983. – 175 с.
6. Теория обработки металлов давлением : учебник для вузов / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – М. : Машиностроение, 1977. – 423 с.